



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

[www.formav.co/explorer](http://www.formav.co/explorer)

# Corrigé du sujet d'examen - E3 - Mathématiques et physique-chimie - BTS PP (Pilotage de Procédés) - Session 2019

## 1. Rappel du contexte

Ce corrigé concerne l'épreuve de mathématiques du BTS Pilotage de Procédés, session 2019. L'examen comprend deux exercices portant sur des thèmes de modélisation mathématique et d'analyse statistique, en lien avec des situations pratiques.

## 2. Correction des questions

### Exercice 1 : Chute d'un parachutiste

#### Partie A : modélisation

##### 1. Montrer que la fonction $V$ est solution de l'équation différentielle :

Nous devons montrer que l'équation différentielle (E) :  $y' + 0,3125y = 10$  est vérifiée.

On commence par écrire l'équation donnée :

- $m = 80$  kg
- $k = 25$
- $g = 10$  m.s<sup>-2</sup>

En remplaçant dans l'équation :

$$my' + ky = mg$$

On obtient :

$$80y' + 25y = 800$$

En divisant par 80, on a :

$$y' + 0,3125y = 10$$

Ce qui prouve que la fonction  $V$  est bien solution de l'équation (E).

##### 2. Résoudre l'équation différentielle (E0) : $y' + 0,3125y = 0$

Cette équation est une équation différentielle linéaire homogène. Sa solution générale est donnée par :

$$y(t) = Ce^{-0,3125t}, \text{ avec } C \text{ une constante à déterminer.}$$

##### 3. Déterminer une fonction constante solution de (E).

Pour trouver une solution constante, on pose  $y = k$ . On a alors :

$$0 + 0,3125k = 10$$

Ce qui donne :

$$k = 10 / 0,3125 = 32.$$

**4. En déduire les solutions générales de (E).**

La solution générale de l'équation (E) est la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$y(t) = Ce^{-0,3125t} + 32.$$

**5. Déterminer une expression de la vitesse  $V(t)$  du parachutiste à l'instant  $t$ .**

En utilisant les conditions initiales,  $V(0) = 0$  :

$$0 = C + 32 \implies C = -32.$$

Donc, l'expression de la vitesse est :

$$V(t) = 32(1 - e^{-0,3125t}).$$

**Partie B : étude de la chute**

**1. a. Estimer une valeur arrondie de l'instant  $t_0$  à partir duquel la vitesse dépasse 20 m.s<sup>-1</sup>.**

On cherche  $t_0$  tel que :

$$32(1 - e^{-0,3125t_0}) > 20.$$

En simplifiant, on obtient :

$$1 - e^{-0,3125t_0} > 20/32 \implies e^{-0,3125t_0} < 0,375.$$

En prenant le logarithme :

$$-0,3125t_0 < \ln(0,375) \implies t_0 > -\ln(0,375)/0,3125 \approx 3,2 \text{ s.}$$

**1. b. Retrouver par le calcul la valeur exacte de  $t_0$ .**

En résolvant l'équation :

$$32(1 - e^{-0,3125t_0}) = 20 \implies e^{-0,3125t_0} = 0,375.$$

On trouve :

$$t_0 = -\ln(0,375)/0,3125 \approx 3,2 \text{ s.}$$

**2. a. Donner l'expression  $V'(t)$  de la dérivée de la vitesse.**

On dérive  $V(t)$  :

$$V'(t) = 32 * 0,3125 * e^{-0,3125t} = 10e^{-0,3125t}.$$

**2. b. Etudier le sens de variations de  $V$  sur  $[0 ; +\infty[$ .**

Comme  $V'(t) > 0$  pour tout  $t \geq 0$ , la vitesse  $V$  augmente sur cet intervalle.

**3. Le parachutiste peut-il atteindre une vitesse de 130 km.h<sup>-1</sup> ?**

130 km.h<sup>-1</sup> = 36,1 m.s<sup>-1</sup>. Comme la limite de  $V(t)$  est 32 m.s<sup>-1</sup>, le parachutiste ne peut pas atteindre cette vitesse.

**4. Calculer la vitesse moyenne du parachutiste lors des deux premières secondes de chute.**

La vitesse moyenne est donnée par :

$$\bar{v} = (1/2) \int_0^2 V(t) dt.$$

Calculons l'intégrale :

$$\bar{v} = (1/2) * [32t + (32/0,3125)e^{-0,3125t}]|_0^2 = (1/2) * [64 - 32e^{-0,625}] \approx 29 \text{ m.s}^{-1}.$$

**Exercice 2 : Fonderie****Partie A : dimensions externes****1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.**

On construit un arbre avec les événements H et L :

- $P(H) = 0,98$
- $P(L|H) = 0,99$
- $P(L|\neg H) = 0,015 (1 - 0,985)$

**2. Justifier que  $P(E) = 0,9702$ .**

On a :

$$P(E) = P(H) * P(L|H) = 0,98 * 0,99 = 0,9702.$$

**3. L'affirmation est-elle exacte ?**

On calcule :

$P(L|\neg H) = 0,015$ , donc 1,5 % des poutrelles non conformes de hauteur ont également une largeur non conforme.

Ce n'est pas 26 %, donc l'affirmation est fausse.

**4. a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire N.**

N suit une loi binomiale  $B(20, 0,9702)$ .

**4. b. Calculer la probabilité qu'un lot de 20 poutrelles contienne au moins une poutrelle non conforme.**

On utilise la complémentarité :

$$P(N = 0) = (1 - 0,9702)^{20} \approx 0,0002.$$

Donc,  $P(N \geq 1) = 1 - P(N = 0) \approx 0,9998$ .

## Partie B : épaisseur de l'âme

**Calculer la probabilité qu'une poutrelle ait une épaisseur d'âme conforme.**

On doit vérifier si l'épaisseur est dans l'intervalle  $[4,356 ; 4,444]$ .

On utilise la loi normale :

$$P(4,356 < X < 4,444) = P(Z < (4,444 - 4,4)/0,02) - P(Z < (4,356 - 4,4)/0,02).$$

Après calcul, on trouve une probabilité d'environ 0,8413.

## Partie C : contrôle de conformité

**1. Donner l'hypothèse alternative  $H_1$ .**

$H_1$  : « la longueur moyenne des poutrelles n'est pas  $m = 2$  ».

**2. Déterminer l'intervalle  $I$ .**

On calcule  $h$  :

$$h = 1,96 * (0,001/\sqrt{100}) = 0,000196.$$

Donc, l'intervalle est :  $I = [2 - 0,000196 ; 2 + 0,000196] = [1,999804 ; 2,000196]$ .

**3. Énoncer la règle de décision de ce test.**

Si  $\bar{l} \notin I$ , on rejette  $H_0$ .

**4. Le technicien peut-il estimer que la scie est bien réglée ?**

Comme  $\bar{l} = 1,9997 \in I$ , on ne rejette pas  $H_0$ . La scie est donc considérée comme bien réglée.

## 3. Synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Ne pas justifier les étapes de calcul.
- Omettre les conditions initiales dans les équations différentielles.
- Confondre les probabilités conditionnelles.

Points de vigilance :

- Lire attentivement les énoncés.
- Vérifier les unités dans les calculs.
- Utiliser des arrondis appropriés.

Conseils pour l'épreuve :

- Organiser son temps et ne pas passer trop de temps sur une seule question.
- Vérifier les réponses avant de rendre la copie.
- Pratiquer des exercices types pour se familiariser avec le format de l'examen.

© FormaV EI. Tous droits réservés.

Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.